

第 31 讲 磁感应强度 安培环路定理

教学要求:

了解磁的基本现象及其电和磁的发展史;理解磁场强度、磁通量、磁场的高斯定理及其应用;毕奥-萨伐尔定律;安培环路定理推导;掌握安培环路定理。

重点与难点:

重点: 安培环路定理及应用。

难点: 毕奥-萨伐尔定律及应用。

10.1 磁场 磁感应强度

10.1.1 基本磁现象

我国是世界上最早认识磁性和应用磁性的国家,在公元前 300 年就已发现磁石吸引铁的现象,北宋时我国科学家沈括创制了航海用的“指南针”,并发现了地磁偏角。地球的 N 极在地理南极附近, S 极在地理北极附近。

条形磁铁吸引铁粉情况如图 10-1 所示,两端吸引铁粉多,中间少,说明磁性有强有弱,把两端磁性最强的区域称为磁极。天然磁铁和人造磁铁都称永磁铁。永磁铁不存在单一的



图 10-1 条形磁铁吸引铁粉情况

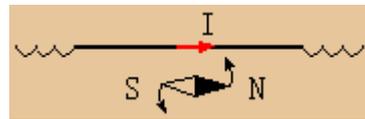


图 10-2 奥斯特实验

磁极。磁铁的两个磁极,不可能分割成独立存在的 N 极和 S 极。但我们知道,有独立存在的正电荷或负电荷,这是磁极和电荷的基本区别。两个磁铁之间的相互作用力称为磁力。同性磁极之间相互排斥,异性磁极之间相互吸引。

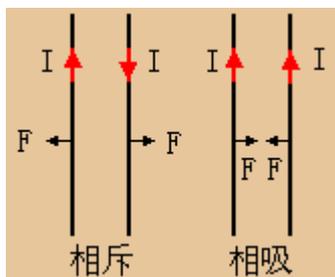


图 10-3 载流直导线间的相互作用力

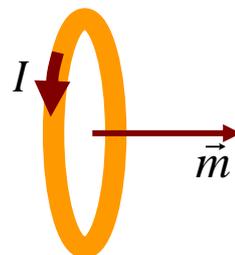


图 10-4 平面载流线圈的磁矩

历史上很长一段时期,人们认为磁现象与电现象无关,类比于静电学,认为两极聚集“磁荷”,建立了静磁学,和静电学各自独立发展。1820 年,丹麦的奥斯特首先发现了电流的

磁效应，法国的安培、毕奥—萨伐尔等人的实验研究和理论分析，逐步认识到磁现象与电现象密切相关，表明一切磁现象起源于电荷的运动，**磁力**是运动电荷之间的相互作用力。实验举例如下：

如图 10-2 所示，放在载流导线周围的磁针会受到力的作用而偏转，其转动方向与导线中电流的方向有关，这就是历史上著名的奥斯特实验，它第一次指出了磁现象与电现象之间的联系。同年法国科学家安培发现，放在磁铁附近的载流导线及载流线圈也会受到力的作用而发生运动，其后实验还发现无限长两平行载流直导线间的相互作用力如图 10-3 所示。后来人们还发现磁电联系的其它例子：运动电荷通过磁铁附近时受力的作用而偏转；通电螺线管与条形磁铁相似等的一些现象，这些现象都深刻地说明了：磁现象与运动电荷之间有着深刻的联系。

上述各种实验现象，启发人们去寻找磁现象的本质。1822 年安培提出了有关物质磁性本质的假说，他认为一切磁现象的根源是电流。由于电子绕原子核运动，任何物质的分子中都存在着圆形电流，称为分子电流。分子电流相当于一个基元磁铁。当物体不显示磁性时，各分子电流作无规则的排列，它们对外界所产生的磁效应互相抵消。在外磁场的作用下，与分子电流相当的基元磁铁将趋向于沿外磁场方向取向，从而使整个物体对外显示磁性。根据安培物质磁性的假说，也很容易说明两种磁极不能单独存在的原因。因为基元磁铁的两个磁极对应于分子回路电流的正反两个面，这两个面显然是无法单独存在的。如果这些分子电流有规则的排列起来，则构成了宏观上的 S 极和 N 极。

10.1.2 磁感应强度

电流与电流之间，电流与磁铁之间以及磁铁与磁铁之间的相互作用是通过什么来传递的呢？法拉第提出了是通过一种叫磁场的特殊物质来传递的，这种关系可简单表示为

$$\text{电流(或磁铁)} \longleftrightarrow \text{磁场} \longleftrightarrow \text{电流(或磁铁)}$$

磁场和电场一样，是客观存在的特殊形态的物质，磁场对外的重要表现是：

- (1) 磁场对进入场中的运动电荷或载流导体有磁力的作用
- (2) 载流导体在磁场中移动时，磁场的作用力对载流导体作功，表明磁场具有能量。

在研究静电场时，我们根据试验电荷在电场中受力的性质，引入了描述电场性质的物理量——电场强度 \vec{E} 。与此相似，我们引入磁感应强度 \vec{B} 来描述磁场的强弱和方向。

我们用磁场对载流线圈的作用来定量地描述磁场的性质。取一平面载流线圈，要求线圈的线度必须很小，故线圈所在范围内的磁场性质处处相同；同时还要求通过线圈的电流也必须很小，以使由于线圈的引入不影响原有磁场的性质。这样的平面载流线圈我们称之为试验线圈。

设载流线圈的面积 ΔS ，线圈中的电流 I ，定义试验线圈的磁矩(多匝线圈还要乘以线圈匝数)，即

$$\vec{m} = I\Delta S\vec{n} \quad (10-1)$$

磁矩 \vec{m} 是矢量，其方向与线圈的法线方向一致， \vec{n} 表示沿法线方向的单位矢量。法线与电流流向成右螺旋系，如图 10-4 所示。显然线圈的磁矩是表征线圈本身特性的物理量。

把试验线圈悬挂在磁场中某点处，并忽略线圈悬线的扭力矩，实验发现：载流线圈会受到力矩的作用而转动，转到一定的位置而稳定平衡。在平衡位置时，线圈所受的磁力矩为零，此时线圈正法线 \vec{n} 所指的方向，定义为线圈所在处的磁场方向。

当线圈法向与磁场方向垂直时，线圈所受的(磁)力矩最大。线圈法向在其它方向时，(磁)力矩的大小 M 与 m 成正比。实验还发现：比值 M_{\max}/m 仅与试验线圈所在的位置有关，即只与试验线圈所在处的磁场性质有关。显然，比值 M_{\max}/m 的大小反映着在各点处磁场的强弱。定义磁感应强度的大小为

$$B = \frac{M_{\max}}{m} \quad (10-2)$$

综上所述，磁场中某点处磁感应强度的方向与该点处试验线圈在稳定平衡位置时的法线方向相同；磁感应强度的量值等于具有单位磁矩的试验线圈所受到的最大磁力矩。

磁感应强度的国际制单位为：1 特斯拉 = 1 牛·秒/库·米。工程上还常用高斯作为磁感应强度的单位，1 特斯拉 = 10^4 高斯 (1T = 10^4 GS)

10.1.3 磁通量

1 磁感线 (磁力线, \mathbf{B} 线)

为形象地描绘磁场的分布,类似静电场中引入电力(场)线的方法引入磁感应线。即在磁场中作出一系列曲线,使曲线上每一点的切线方向就是该点的磁感应强度 \vec{B} 的方向,通过磁场中某点处垂直于磁感应强度 \vec{B} 的方向的单位面积的磁感线条数,等于该点的磁感应强度 \vec{B} 的大小。这样曲线密集的地方,磁感应强度的大小较大,曲线稀疏的地方,磁感应强度的大小较小。

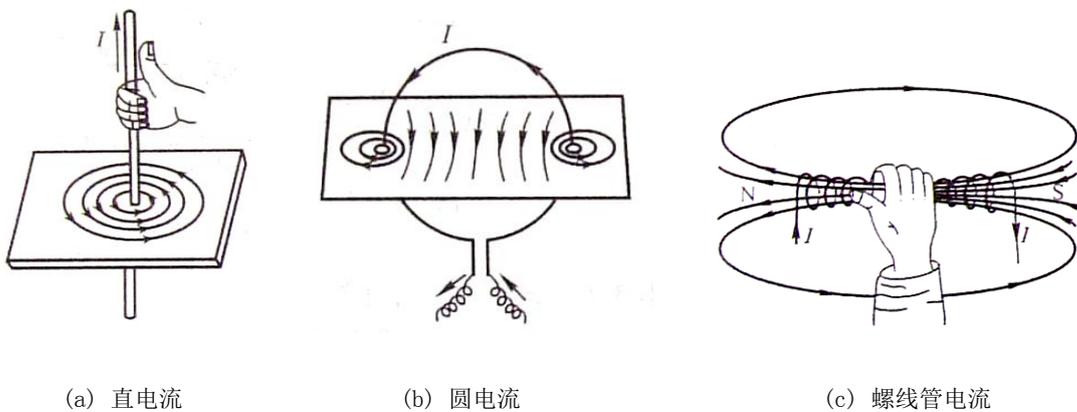


图 10-5 几种不同形状环形电流磁场的磁感应线

几种不同形状的电流所产生的磁场的磁感应线分布如图 10-5 所示. 从磁感线的图示中,可以得到磁感线的特性如下:

(1) 磁感线是环绕电流的闭合曲线,而且每条闭合磁感线都与闭合电路互相套合,因此磁场是涡旋场。

(2) 任何两条磁感线在空间不相交,这是因为磁场中任一点的磁场方向都是唯一确定的。

(3) 磁感线的环绕方向与电流方向之间遵守右螺旋法则。若拇指指向电流方向,则四指方向即为磁感线方向,如图 10-5 (a) 所示;若四指方向为电流方向,则拇指方向为磁感线方向,如图 10-5 (b) 和图 10-5 (c) 所示。

2 磁通量

穿过磁场中某一曲面的磁感应线总数，称为穿过该曲面的**磁通量**，以 Φ_M 表示。

在非均匀磁场中，要通过积分计算穿过任一曲面 S 的磁通量，如图 10-6 所示。在曲面 S 上取一面积元 $d\vec{S}$ ， $d\vec{S}$

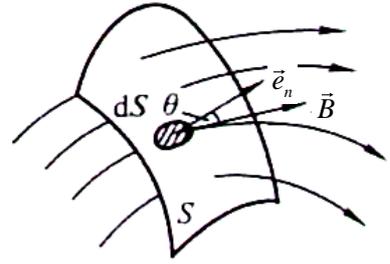


图 10-6 磁通量

上磁感应强度可视为是均匀的，面积元 $d\vec{S}$ 可视为平面，设 $d\vec{S}$ 的法线

方向与该处磁感应强度 \vec{B} 方向之间的夹角为 θ ，则通过面积元 $d\vec{S}$ 的磁通量为

$$d\Phi_M = B \cos \theta dS = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

通过曲面 S 的磁通量为

$$\Phi_M = \int d\Phi_M = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (10-3)$$

磁通量和电通量的计算方法完全类似。磁通量的国际制单位为：韦伯 (Wb)，

$$1\text{Wb} = 1\text{T} \cdot \text{m}^2。$$

10.1.4 磁场中的高斯定理

因为磁感应线是连续的闭合曲线，在磁场中取任一闭合曲面，穿入此闭合曲面的磁感应线数一定等于穿出此闭合曲面的磁感应线数，因此穿过磁场中任一闭合曲面的总磁通量必然为零，即

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (10-4)$$

上式称为**磁场的高斯定理**。

对任一矢量场，数学上规定：若场强矢量对任一闭合曲面的面积分为零，则称此矢量场为**无源场**；若场强矢量对任一闭合曲面的面积分不恒为零，则称此矢量场为**有源场**。故磁场

是无源场；而静电场为有源场 ($\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$)。

10.1.5 毕奥—萨伐尔定律

在静电学中，任意形状的带电体所产生的电场强度 \vec{E} ，可以看成是许多元电荷 dq 所产生的电场强度 $d\vec{E}$ 的叠加。现在，我们研究任意形状的载流导线在给定点 P 处所产生的磁

感应强度 \vec{B} 。也可以看成是导线上各个电流元 $I d\vec{l}$ 在点 P 磁感应强度 $d\vec{B}$ 的叠加。(电流元的定义: 载流导线的各个微小线段称为电流元。电流元 $I d\vec{l}$ 看成是矢量, 其大小为流过导线的电流 I 与导线的线元长度 $d\vec{l}$ 的乘积, 其方向为线元所在处的电流的方向, 这样任意形状的载流导线可划分为许多电流元的集合, 如图 10-7 所示)。不过, 由于实际上不可能得到单独的电流元, 因此也无法直接从实验中找到单独的电流元与其所产生的磁感应强度之间的关系。19 世纪 20 年代, 法国科学家毕奥、萨伐尔两人研究和分析了很多实验资料, 最后概括出一条有关电流产生磁场的基本定律, 称为毕奥—萨伐尔定律。现陈述如下:

任一电流元 $I d\vec{l}$ 在给定点 P 所产生的磁感应强度 $d\vec{B}$ 的大小与电流元的大小成正比, 与电流元和由电流元到 P 点的矢径 \vec{r} 间的夹角 θ 的正弦成正比, 而与电流元到 P 点的距离 r 的平方成反比。 $d\vec{B}$ 的方向垂直于 $d\vec{l}$ 和 \vec{r} 所组成的平面, 指向为由 $I d\vec{l}$ 经小于 180° 的角转向 \vec{r} 时右螺旋前进的方向。如图 10-7 所示, 其数学表达式为

$$d\vec{B} = k \frac{I d\vec{l} \sin \theta}{r^2} \quad (10-5)$$

式 (10-5) 中, k 为比例系数, 对于真空中的磁场, 如采用国际单位制, 则比例系数 $k = \frac{\mu_0}{4\pi}$, μ_0 称为**真空磁导率**, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ 或 H/m 。这样式 (10-5) 可写成

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \sin \theta}{r^2} \quad (10-6)$$

若用矢量式表示, 则

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad (10-7a)$$

\vec{e}_r 是由电流元指向场点的单位矢量。由叠加原理得知, 任意形状的载流导线在给定点 P 产生的磁感应强度, 等于各段电流元在该点产生的磁场的矢量和, 即

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad (10-7b)$$

虽然毕奥—萨伐尔定律不可能直接由实验验证, 但是, 由定律计算出的通电导线在场

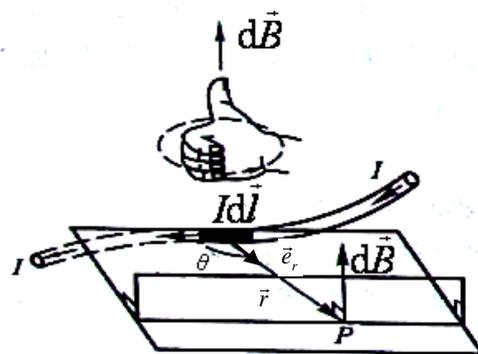


图 10-7 电流元所激发的磁感应强度

点产生的磁场和实验测量的结果符合得很好，从而间接地证实了毕奥—萨伐尔定律的正确性。

按照经典电子理论，导体中的电流就是大量带电粒子的定向运动。由此可知，电流产生的磁场实际上就是运动电荷产生磁场的宏观表现。

研究运动电荷的磁场，在理论上就是研究毕奥—萨伐尔定律的微观意义。那么一个带电量 q ，速度为 \vec{v} 的带电粒子在其周围空间产生的磁场分布是怎样的呢？我们可以从毕奥—萨伐尔定律导出。

设在导体的单位体积内有 n 个带电粒子（为方便起见，设为正电荷），每个粒子带有电量 q ，以速度 \vec{v} 沿电流元 $I d\vec{l}$ 的方向作匀速运动而形成导体中的电流，如图 10-9 所示。如果电流元的横截面为 S ，那么，单位时间内通过截面 S 的电量，即电流强度 $I = qn v S$ ，将其代入到毕奥—萨伐尔定律，即式 (10-7a)，

并注意到 $I d\vec{l}$ 与 \vec{v} 两者方向相同，则得此电流元在给定点 P 的磁感应强度

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qnSdl\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

式中 \vec{e}_r 为从运动点电荷指向场点的单位矢量。在电流元 $I d\vec{l}$ 内，有 $dN = nSdl$ 个带电粒子，因此，从微观意义上说，电流元 $I d\vec{l}$ 产生的磁感应强度 $d\vec{B}$ 就是 dN 个运动电荷所产生的。这样，我们就可以得到以速度 \vec{v} 运动的带电量为 q 的粒子所

产生的磁感应强度 \vec{B} 为

$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad (10-8)$$

\vec{B} 的方向垂直于 \vec{v} 和电荷 q 到场点的矢径 \vec{r} 所决定的平面，如果 $q > 0$ ，指向由 \vec{v} 和 \vec{r}

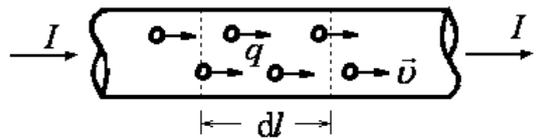


图 10-9 电流元中的运动电荷

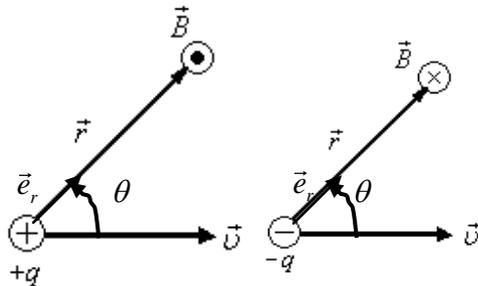


图 10-10 正、负运动电荷产生的磁场

按右螺旋法则决定；如果 $q < 0$ ，则与之相反。 \vec{B} 的大小 $B = \frac{\mu_0 q v \sin \theta}{4\pi r^2}$ ， θ 为 \vec{v} 与 \vec{r} 的夹角，如图 10-10 所示。

10.1.6 毕奥—萨伐尔定律的应用

应用毕奥—萨伐尔定律和磁场叠加原理计算磁感应强度的步骤大致为：

(1) 选择合适的电流元 $I d\vec{l}$ 。

(2) 按照毕奥—萨伐尔定律写出电流元 $I d\vec{l}$ 在场点 P 的磁感应强度 $d\vec{B}$ ，并作图表示 $d\vec{B}$ 的方向。

(3) 选择合适的坐标系，将 $d\vec{B}$ 分解到各坐标轴上，从而把矢量积分变为标量积分。

(4) 如果积分变量不止一个，利用各变量之间的关系，统一为一个变量，然后确定积分上、下限积分。

下面我们举几个应用毕奥—萨伐尔定律和磁场叠加原理计算几种常见的载流导线所产生磁场的磁感应强度的例子。

1 载流直导线的磁场

如图 10-11 所示，设在真空中有一长为 L 的载流直导线，导线中的电流强度为 I ，现计算与导线垂直距离为 a 的场点 P 处的磁感应强度。

在载流直导线上任取一电流元 $I d\vec{l}$ ，电流元到点 P

的矢径为 \vec{r} ，电流元 $I d\vec{l}$ 与矢径 \vec{r} 的夹角 α ，电流元在给定场点 P 处所产生的磁感应强度 $d\vec{B}$ 的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}$$

$d\vec{B}$ 的方向垂直于电流元 $I d\vec{l}$ 与矢径 \vec{r} 所决定的平面，即垂直于 Oyz 平面，且沿 x 轴负方向（如图 10-11）所示。由于直导线上各电流元在 P 点所产生的磁感应强度的方向一致，故载流直导线在 P 点所产生的总磁感应强度为

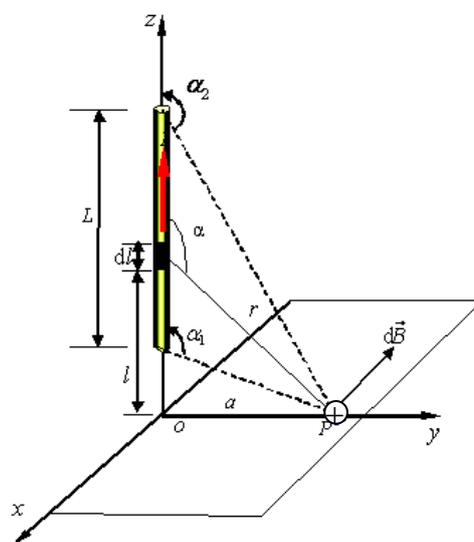


图 10-11 载流直导线磁场的计算

$$B = \int_L dB = \int \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

取 $Id\vec{l}$ 与 \vec{r} 的夹角 α 为自变量, 从图中可看出 $r = \frac{a}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{a}{\sin \alpha}$

$$l = a \cot(\pi - \alpha) = -a \cot \alpha$$

$$dl = a \csc^2 \alpha d\alpha$$

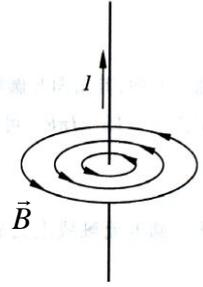


图 10-12 无限长导线周围的磁感应强度

把 r 和 dl 代入积分式里, 并按图中所示取积分下限为 α_1 , 上限为 α_2 , 得

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

式中 α_1 和 α_2 分别是直导线两端的电流元和它们到 P 点的径矢之夹角。如果载流直导线为“无限长”, 即导线的长度 L 比垂直距离为 a 大得多, 那么 $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow \pi$, 得

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad (10-9)$$

方向与电流 I 流向成右手螺旋系, 如图 10-12 所示。如果 P 点在 L 的延长线上时, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ 或 π 时, 则 $B = 0$ 。

2 圆形电流轴线上的磁场

如图 10-14 所示, 在真空中有一半径为 R 的圆形载流线圈, 通有电流 I , 现计算在圆线圈的轴线上任一点 P 的磁感应强度。

把圆电流的轴线取作 x 轴, 并选原点在圆心。在圆线圈顶部取电流元 $Id\vec{l}$, 电流元垂直纸面向外, 到 P 点的矢径为 \vec{r} , 如图 10-14 所示, 由于 $d\vec{l}$ 总与 \vec{r} 相垂直, 所以电流元 $Id\vec{l}$ 在

P 点所产生的磁感应强度 $d\vec{B}$ 的值为

$$dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$$

$d\vec{B}$ 的方向如图 10-14 所示, 垂直于 $Id\vec{l}$ 和 \vec{r} 组成的

平面。显然, 线圈上各电流元在 P 点所产生的 $d\vec{B}$ 的

方向各不相同。因此, 我们把 $d\vec{B}$ 分解为与轴线平行的分量 $d\vec{B}_{//}$ 和与轴线垂直的分量 $d\vec{B}_{\perp}$,

由对称性可知, $B_{\perp} = \int dB_{\perp} = 0$ 。所以

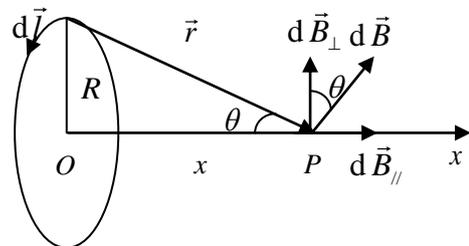


图 10-14 圆电流轴线上的磁场

$$\begin{aligned}
 B &= \int dB_{//} = \int dB \sin \theta = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2} \frac{R}{r} \\
 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{r^3} = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}
 \end{aligned}$$

\vec{B} 的方向垂直于圆电流平面，与圆电流环绕方向构成右螺旋关系，如图 10-15 所示，沿 x 轴正方向。下面我们讨论几种情况：

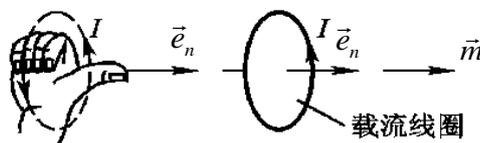


图 10-15 载流平面线圈正法线和 \vec{m} 的方向规定

(1) 当 $x=0$ ，即在圆心处，磁感应强度大小为 $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ 或 $B = \frac{\mu_0 m}{2\pi R^3}$ 。如果载流导线为一段圆心角为 θ 的圆弧，则圆心处的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \cdot \frac{\theta}{2\pi} \quad (10-10)$$

(2) 如果用矢量式表示圆电流轴线上的磁场，由于它的方向与圆电流磁矩 \vec{m} 的方向相同，所以可写成

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

(3) 当 $x \gg R$ ，有 $B = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}$

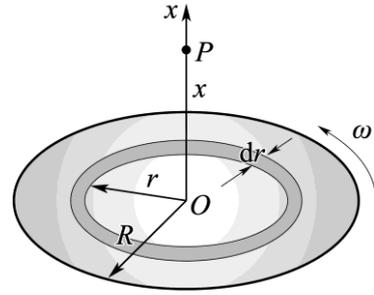
当圆电流的面积 S 很小，或者场点距圆电流很远时，把圆电流叫做磁偶极子。式中的 \vec{B} 为磁偶极子在极轴上产生的磁感应强度。

例 10-1 半径为 R 的薄圆盘均匀带电，总电量为 q 。令此盘绕通过盘心，且垂直于盘面的轴线匀速转动，角速度为 ω 。如图 10-18 所示。求：(1) 轴线上距盘心 O 为 x 的 P 点处的磁感应强度 B ；(2) 圆盘的磁矩 m 。

解 (1) 在圆盘上任取一半径为 r ，宽度为 dr 的圆环，此圆环所带的电量 $dq = \sigma 2\pi r dr$ ， $\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$ 为圆盘的电荷面密度。当此圆环以角速度 ω 转动时，相当于一个面电流，其电流大小为

$$\begin{aligned}
 dI &= \frac{\omega}{2\pi} dq = \frac{\omega q}{\pi R^2} r dr \\
 dB &= \frac{\mu_0 r^2 dI}{2(r^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R^2} \frac{r^3 dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \int dB = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R^2} \int_0^R \frac{r^3 dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R^2} \left[\frac{R^2 + 2x^2}{\sqrt{R^2 + x^2}} - 2x \right]
 \end{aligned}$$



B 的方向沿 x 轴正向。

图 10-18 例 10 -1 图

(2) 先求圆环的磁矩 dm ，其大小为

$$\begin{aligned}
 dm &= \pi r^2 dI = \frac{\omega q r^3}{R^2} dr \\
 m &= \int dm = \frac{\omega q}{R^2} \int_0^R r^3 dr = \frac{\omega q}{4} R^2
 \end{aligned}$$

10.2 安培环路定理

静电场的一个重要特征是电场强度 \vec{E} 沿任意闭合路径的线积分为零，即 $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ 。

说明静电场是保守力场。现在，我们研究稳恒电流的磁场，磁感应强度沿任意闭合路径的线积分 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ 又等于什么呢？

10.2.1 安培环路定理

如图 10-19 所示，在无限长直电流产生的磁场中，取一个与电流垂直的平面，以这个平面与电流的交点 O 为中心，在平面上作一条半径为 r 的圆形闭合线 L ，则在这圆周上任一点的磁感应强度为 $B = \mu_0 I / (2\pi r)$ ，其方向与圆周相切。设在圆周

L 上循着逆时针绕行方向取线元矢量 $d\vec{l}$ ，则 \vec{B} 与 $d\vec{l}$ 间的夹角

$\theta = 0^\circ$ ， \vec{B} 沿这一闭合路径 L 的环流为

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \cos 0^\circ dl = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_L dl = \mu_0 I$$

上式表明，在稳恒磁场中，磁感应强度 \vec{B} 沿闭合路径的环流

$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ ，等于此闭合路径所包围的电流与真空磁导率的乘积。

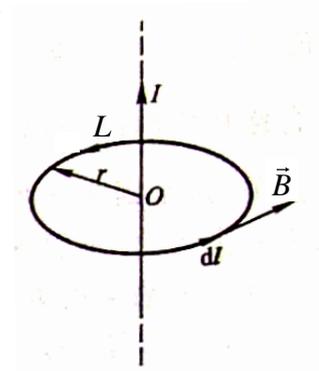


图 10-19 无限长载流

直导线 \vec{B} 的环流

上式虽是在特殊情况下导出的，但是可以证明，上式对任何形式的电流所激发的磁场、对任何形状的闭合路径也都是成立的。

在求上面的环流时，积分回路 L 的绕行方向与电流的流向成右手螺旋关系。若绕行方向不变，电流反向，这时 \vec{B} 与 $d\vec{l}$ 的夹角 θ 处处为 180° ，则有

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B \cos 180^\circ dl = -\oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl = -\mu_0 I = \mu_0(-I)$$

式中最后将 $-\mu_0 I$ 写成 $\mu_0(-I)$ ，使得电流可以当作代数量来处理，即将电流看作有正、负的量。**电流正负的规定**：若电流流向与积分回路的绕行方向满足右手螺旋关系，电流取正值[图 10-20(a)]；反之，电流就取作负值[图 10-20(b)]。

在一般情况下，如果我们所选取的闭合路径围绕着不只一个电流，进一步的研究指出：在真空中的稳恒电流磁场中，磁感应强度 \vec{B} 沿任意闭合曲线 L 的线积分(也称 \vec{B} 矢量的环流)，等于穿过这个闭合曲线的所有电流强度(即穿过以闭合曲线为边界的任意曲面的电流强度)的代数和的 μ_0 倍。这个结论称为**安培环路定理**。它的数学表达式是

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i \quad (10-11)$$

讨论 1. 安培环路定理表达式中右端的 $\sum_i I_i$ 仅为闭合路径所包围的电流的代数和，但

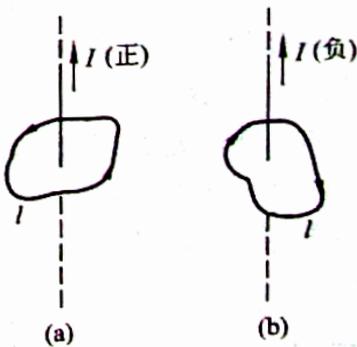


图 10-20 安培环路定理中电流正、负的规定

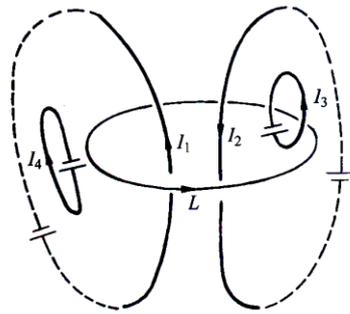


图 10-21 被闭合回路“包围”电流的含义

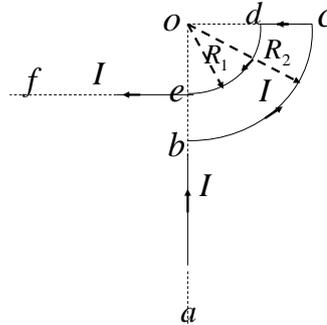
式左端的 \vec{B} 却为空间所有的电流产生的磁感应强度的矢量和，其中也包括了那些未被 L 所包围的电流所产生的磁场，只不过后者的磁场对此闭合路径的环流无贡献。当闭合路径不包围电流，或闭合路径所包围的电流的代数和为零时，则 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ ，但这并不意味着闭合

路径上每一点的 \vec{B} 都为零。

2. 特别要注意**闭合路径 L “包围” 电流的含义**：只有与 L 互相“套链”的电流，才算被 L 包围的电流。在图 10-21 中，电流 I_1 、 I_2 被回路 L 所包围，且 I_1 为正， I_2 为负； I_3 和 I_4 没有被 L 包围，它们对 \vec{B} 沿 L 的环流无贡献，但对 \vec{B} 有贡献。

3. 安培环路定理中的电流指的是闭合稳恒电流，对于任意设想的一段载流导线的磁场则不成立。

课堂训练：一长直电流 I 在平面内被弯成如图 2 所示的形状，其中直电流 ab 和 cd 的延长线过 o ，电流 bc 是以 o 为圆心、以 R_2 为半径的 $1/4$ 圆弧，电流 de 也是以 o 为圆心、但是以 R_1 为半径的 $1/4$ 圆弧，直电流 ef 与圆弧电流 de 在 e 点相切，求：场点 o 处的磁感强度。



解：场点 o 处的磁感强度是由五段特殊形状电流产生的场的叠加，即

$$\vec{B} = \vec{B}_{ab} + \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{cd} + \vec{B}_{de} + \vec{B}_{ef}$$

由毕萨拉定律得到各电流的磁感强度分别是

$$B_{bc} = \frac{1}{4} \frac{\mu_0 I}{2R_2} \quad \text{方向：} \quad \odot \quad B_{de} = \frac{1}{4} \frac{\mu_0 I}{2R_1} \quad \otimes$$

$$B_{ef} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} \quad \otimes \quad B_{ab} = 0 \quad B_{cd} = 0$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{8R_1} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1} - \frac{\mu_0 I}{8R_2} \quad \otimes$$

作业：3、4、5